

- Énoncé -

L'objectif de cette étude est de trouver expérimentalement les valeurs de l'inductance L d'une bobine et de la capacité C d'un condensateur, puis de les comparer à celles fournies par le fabricant.

Matériel disponible :

- Une bobine inductive pour laquelle les indications du fabricant sont : $L = 1,0 \text{ H}$ et $r = 10 \Omega$
- Un condensateur pour lequel l'indication du fabricant est : $C = 10 \mu\text{F}$
- Un générateur idéal de tension (dont la masse est isolée de la terre) de force électromotrice $E = 10 \text{ V}$
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$
- Un interrupteur simple et un commutateur bipolaire
- Un système d'acquisition informatisé à 2 voies
- Des fils de connexion

Remarque : on considérera que la résistance de la bobine est négligeable devant celle du conducteur ohmique.

Première partie : Etude expérimentale du circuit RL

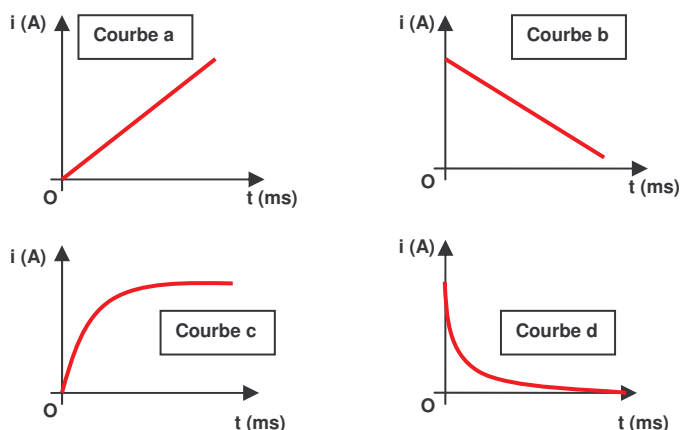
1. Afin d'étudier l'établissement du courant dans le circuit, on réalise un circuit RL. Grâce au système d'acquisition informatisé, on désire enregistrer simultanément :

- sur la voie 1 (E_1) : l'évolution de la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique,
- sur la voie 2 « inversée » (E_2) : l'évolution de la tension u_L aux bornes de la bobine.

a) Faites le schéma du circuit (toutes les tensions seront représentées).

b) Sur ce schéma, préciser les branchements du système d'acquisition. Pourquoi a-t-on choisi d'« inverser » la voie 2 de ce système ?

2. Une fois le paramétrage du système d'acquisition effectué, on ferme l'interrupteur à l'instant de date $t_0 = 0 \text{ s}$. Pour la tension u_R , on obtient l'enregistrement représenté sur le document en annexe. Sur la figure ci-dessous, on donne l'allure de 4 courbes susceptibles de représenter l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps dans le circuit, après la fermeture de l'interrupteur. Choisir, en justifiant, la courbe qui convient.



3. a) Quelle est l'influence de la bobine sur l'établissement du courant lors de la fermeture du circuit ?

b) En justifiant, dessiner précisément sur le document de l'annexe l'enregistrement obtenu sur la voie 2 « inversée » du dispositif d'acquisition.

Deuxième partie : Modélisation et équation différentielle du circuit RL

1. Montrer que l'équation différentielle de ce circuit, après la fermeture de l'interrupteur, peut s'écrire

$$\text{sous la forme : } u_r + \frac{L}{R} \cdot \frac{du_r}{dt} = E$$

2. Vérifier que l'expression $u_r = E[1 - \exp(-\frac{R}{L} \cdot t)]$ est solution de l'équation différentielle précédente.

3. a) Utiliser une analyse dimensionnelle pour déterminer l'expression correcte de la constante de temps τ du circuit parmi les 4 relations suivantes (on ne demande pas de faire l'analyse dimensionnelle pour chaque relation) :

$$\tau = RL ; \tau = \frac{R}{L} ; \tau = \frac{L}{R} ; \tau = \frac{1}{RL}$$

b) Par une méthode graphique qui sera explicitée, déterminer la valeur de cette constante de temps.

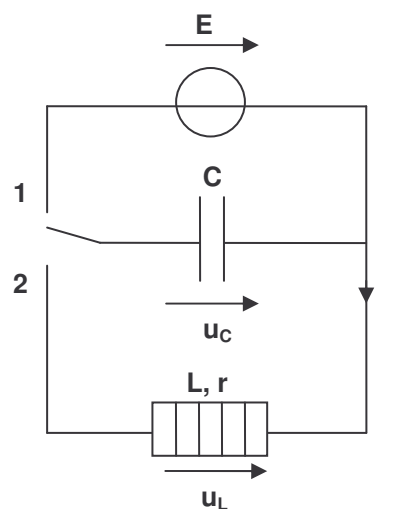
4. a) En déduire la valeur de l'inductance L et la comparer avec l'indication fournie par le fabricant.

b) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Troisième partie : Etude du circuit oscillant RLC

On réalise ensuite le circuit représenté ci-contre.

On bascule d'abord le commutateur en position 1 puis, après une durée suffisamment longue, on le bascule en position 2. Avec le système d'acquisition informatisé correctement paramétré, on enregistre, à partir de l'instant de date $t_0 = 0$ s correspondant au basculement du commutateur en position 2, l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur.



L'enregistrement obtenu est représenté sur la figure ci-contre.

1. Comment peut-on expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations au cours du temps ?

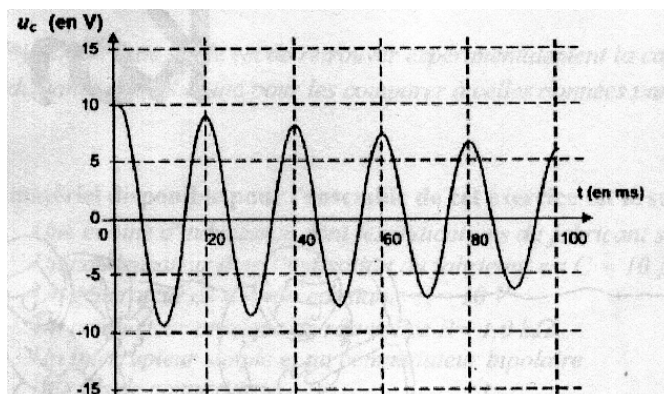
2. Comment peut-on qualifier ce régime d'oscillations ? Déterminer graphiquement sa grandeur caractéristique.

3. En déduire, en justifiant, la valeur de la capacité C du condensateur et la comparer avec l'indication fournie par le fabricant.

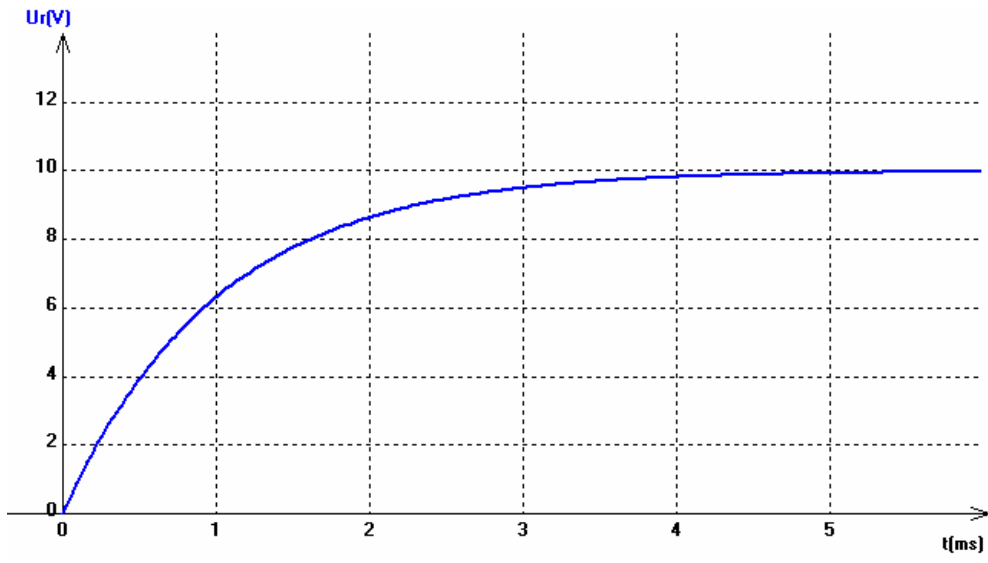
4. On remplace la bobine (L, r) étudiée par une autre bobine (L', r') avec $L' = \frac{L}{4}$ et $r' > r$.

a) Calculer la nouvelle valeur de la grandeur caractéristique des oscillations.

b) L'amortissement sera-t-il plus ou moins important ? Justifier votre réponse.

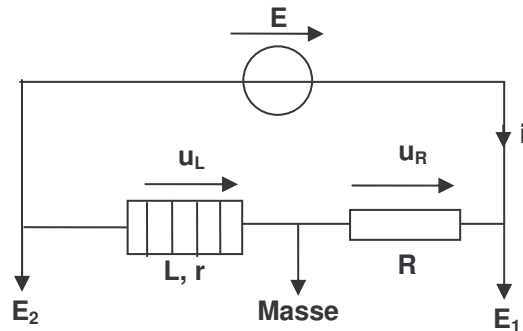


- Annexe -



- Corrigé -

A. 1. a) Faites le schéma du circuit (toutes les tensions seront représentées).



b) Sur ce schéma, préciser les branchements du système d'acquisition. Pourquoi a-t-on choisi d'« inverser » la voie 2 de ce système ?

Sur la voie 2, sans « inversion », le système enregistre $-u_L$ et non pas u_L .

2. Pour la tension u_R , on obtient l'enregistrement représenté sur la figure en annexe. Sur la figure ci-dessous, on donne l'allure de 4 courbes susceptibles de représenter l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps dans le circuit de la figure 1, après la fermeture de l'interrupteur. Choisir, en justifiant, la courbe qui convient.

$$\text{Courbe c : } u_R = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{u_R}{R}$$

A un coefficient près, les variations de i sont celle de u_R . Donc l'allure de la courbe $i(t)$ est la même que celle de la courbe $u_R(t)$.

3. a) Quelle est l'influence de la bobine sur l'établissement du courant lors de la fermeture du circuit ?

La bobine retarde (ou s'oppose à) l'établissement du courant dans le circuit.

b) En justifiant, dessiner précisément sur le document de l'annexe l'enregistrement obtenu sur la voie 2 « inversée » du dispositif d'acquisition.

L'enregistrement obtenu est symétrique de celui de $u_R(t)$ par rapport à une droite d'équation $u_R = 5 \text{ V}$.

B. 1. Montrer que l'équation différentielle de ce circuit, après la fermeture de l'interrupteur, peut s'écrire sous la

$$\text{forme : } u_R + \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} = E$$

$$E = u_R + u_L \text{ (loi d'additivité des tensions)}$$

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \text{ (loi d'Ohm pour une bobine inductive de résistance négligeable)}$$

$$u_R = R \cdot i \text{ (loi d'Ohm pour un conducteur ohmique)}$$

$$\Rightarrow i = \frac{u_R}{R} \text{ et } \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} \Rightarrow u_L = \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} \text{ et } u_R + \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} = E$$

2. Vérifier que l'expression $u_R = E[1 - \exp(-\frac{R}{L} \cdot t)]$ est solution de l'équation différentielle précédente.

Pour vérifier la solution, on remplace u_R dans l'équation différentielle par l'expression proposée :

$$E[1 - \exp(-\frac{R}{L} \cdot t)] + \frac{L}{R} \cdot E \cdot \frac{R}{L} \exp(-\frac{R}{L} \cdot t) = E \Rightarrow E = E : \text{l'équation est bien vérifiée.}$$

3. a) Utiliser une analyse dimensionnelle pour déterminer l'expression correcte de la constante de temps τ du circuit parmi les 4 relations suivantes...

Pour la troisième relation :

$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}} : \text{donc } L \text{ en } V \cdot A^{-1} \cdot s \quad ; \quad u_R = R \cdot i \Rightarrow R = \frac{u_R}{i} : \text{donc } R \text{ en } V \cdot A^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R} \text{ en } V \cdot A^{-1} \cdot s \cdot V^{-1} \cdot A \text{ et } \frac{L}{R} \text{ en } s.$$

(Une réelle équation aux dimensions plutôt qu'un travail sur les unités sera bien sûr validée).

b) Par une méthode graphique qui sera explicitée, déterminer la valeur de cette constante de temps.

La constante de temps τ est la durée au bout de laquelle l'intensité i (ou u_R) atteint 63% de sa valeur maximale : $u_{R_{\max}} = 10 \text{ V} \Rightarrow 0,63 \cdot u_{R_{\max}} = 6,3 \text{ V}$. Le point d'abscisse 6,3 V a pour abscisse

$\tau = 1,0 \text{ ms}$.

OU La constante de temps est égale à l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe à $t = 0$ et de l'asymptote : on trouve $\tau = 1,0 \text{ ms}$.

4. a) En déduire la valeur de l'inductance L et la comparer avec l'indication fournie par le fabricant.

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau \cdot R \quad \text{soit } L = 1,0 \times 10^{-3} \times 1,0 \times 10^3 = 1,0 \text{ H (idem fabricant).}$$

b) Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

$$E_{\max} = \frac{1}{2} L \cdot i_{\max}^2 \quad \text{et } u_{R_{\max}} = R \cdot i_{\max} \Rightarrow i_{\max} = \frac{u_{R_{\max}}}{R} \quad \text{et } E_{\max} = \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{u_{R_{\max}}}{R} \right)^2$$

$$\text{Soit } E_{\max} = \frac{1}{2} \times 1,0 \times \left(\frac{10}{1,0 \times 10^3} \right)^2 = 5,0 \times 10^{-5} \text{ J}$$

C.1. Comment peut-on expliquer la diminution de l'amplitude des oscillations au cours du temps ?

Lors de chaque oscillation, une partie de l'énergie échangée entre le condensateur et la bobine est dissipée sous forme thermique dans la résistance r de la bobine (effet Joule). L'énergie électromagnétique va donc en diminuant au cours du temps et, de même, l'amplitude des oscillations diminue.

2. Comment peut-on qualifier ce régime d'oscillations ? Déterminer graphiquement sa grandeur caractéristique.

C'est un régime pseudo-périodique et on lit graphiquement la valeur de la pseudo-période T : $T = 20 \text{ ms}$.

3. En déduire, en justifiant, la valeur de la capacité C du condensateur et la comparer avec l'indication fournie par le fabricant.

La pseudo-période est sensiblement égale à la période propre T_0 des oscillations (faible amortissement) : $T = T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \cdot LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot L}$

$$\text{Soit : } C = \frac{(20 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 1,0} = 1,0 \times 10^{-5} \text{ F ou } 10 \mu\text{F (idem fabricant).}$$

4. a) Calculer la nouvelle valeur de la grandeur caractéristique des oscillations.

Si l'inductance est divisée par 4, la période propre est divisée par 2. Soit une nouvelle période propre $T'_0 = 10 \text{ ms}$.

b) L'amortissement sera-t-il plus ou moins important ? Justifier votre réponse.

La résistance du circuit est plus grande : l'amortissement sera plus important car l'effet Joule dans la bobine sera plus important.