

## - Énoncé -

On veut étudier les oscillations libres d'un circuit RLC. Le condensateur de capacité  $C$  est complètement chargé, puis il est connecté à une bobine de résistance  $r = 14 \Omega$  et d'inductance  $L$  réglable, en série avec un conducteur ohmique de résistance  $R$  réglable. Un dispositif d'acquisition informatisé muni de 2 voies pouvant être inversées, permet d'enregistrer l'évolution des tensions  $u_C$  aux bornes du condensateur et  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique, respectivement en voies  $Y_1$  et  $Y_2$ .

1. a) Faites le schéma du montage permettant à la fois la charge du condensateur sous une tension  $U$  constante, et sa décharge dans la bobine et le conducteur ohmique. Ne pas oublier de faire figurer :

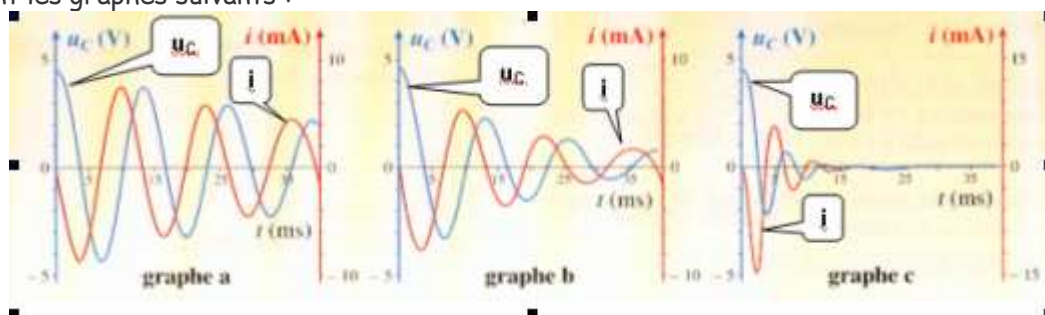
- le sens d'orientation du circuit,
- les tensions  $U$ ,  $u_C$  et  $u_R$ ,
- les branchements vers le dispositif d'acquisition.

b) Montrez que l'une des tensions donne accès à l'intensité  $i$  du courant.

2. On réalise 3 acquisitions de la tension  $u_C$  et de l'intensité  $i$  du courant au cours de 3 expériences où l'on modifie les valeurs de la résistance  $R$  et l'inductance  $L$ . Les valeurs correspondantes sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

Expérience	$r + R$ ( $\Omega$ )	$L$ (H)	$C$ ( $\mu\text{F}$ )
(1)	114	1,0	4,0
(2)	44	$2,0 \times 10^{-1}$	4,0
(3)	44	1,0	4,0

On obtient les graphes suivants :



a) Expliquez pourquoi on parle, dans le cas des oscillations observées, d'oscillations pseudo-périodiques.

b) Donnez la définition de la pseudo-période  $T$  correspondante.

c) Donnez la définition de la période propre  $T_0$  qui serait associée au dipôle considéré. Donnez son expression.

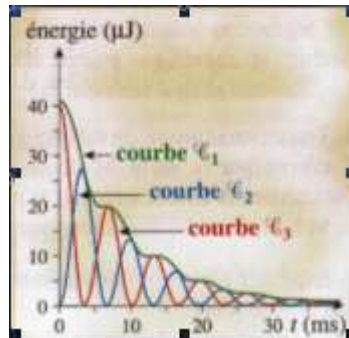
d) Pour les valeurs de résistance considérées, il est possible de confondre  $T$  et  $T_0$ . Affectez chaque graphe à une expérience en justifiant votre choix.

e) Quel est le régime de fonctionnement de l'oscillateur pour chaque graphe ?

f) On augmente progressivement, dans l'expérience (1), la valeur de  $R$ . Quel nouveau régime s'installe lorsque  $R$  devient suffisamment grande ? Comment appelle-t-on la valeur de  $R + r$  pour laquelle on observe le changement de régime ?

3. Le document ci-dessous, associé à l'expérience (1), donne l'évolution des énergies :

- $E_e$  : énergie électrique emmagasinée dans le condensateur
- $E_m$  : énergie magnétique emmagasinée dans la bobine
- $E$  : énergie électromagnétique totale du circuit



a) Exprimez chaque énergie puis identifiez chaque courbe. Justifiez vos réponses.

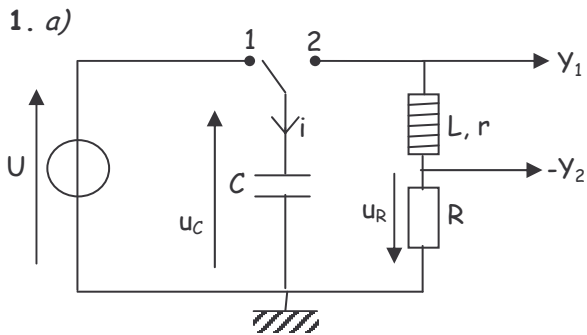
b) Interprétez l'évolution mutuelle de ces trois énergies.

c) On connecte au circuit un dispositif d'entretien des oscillations. En quoi consiste-t-il ?

d) A quel dipôle le dipôle RLC précédent devient-il équivalent ? Sur votre copie, représentez, qualitativement mais soigneusement, l'évolution des énergies.

e) Déduire, de l'expression de  $E$  et de son évolution au cours du temps, l'équation différentielle à laquelle satisfait la tension  $u_C$ .

- Corrigé -



Lorsque l'interrupteur est en position 1, le condensateur se charge sous la tension  $U$  constante. Lorsque l'interrupteur est en position 2, le condensateur se décharge dans la bobine, à travers le conducteur ohmique  $R$ .

Lorsque l'interrupteur est en position 2, la voie  $Y_1$  permet de visualiser la tension  $u_C$ . En voie  $Y_2$  inversée, on visualise la tension  $u_R$ .

b) La tension aux bornes de la résistance est donnée par la loi d'Ohm :  $u_R = R \cdot i$

Ainsi, connaître l'évolution de la tension  $u_R$  revient à connaître l'évolution de l'intensité  $i$  du courant électrique à une constante multiplicative près,  $R$ .

2. a) Les oscillations observées ne sont pas périodiques : la tension  $u_C$  et l'intensité  $i$  ne prennent pas la même valeur maximale (ou minimale) après une oscillation.

b) La pseudo-période  $T$  est la durée séparant deux passages successifs de la tension  $u_C$  par zéro,  $u_C$  variant dans le même sens.

c) La période propre  $T_0$  d'oscillation d'un circuit LC idéal s'exprime par :  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

d) Il correspond aux expériences 1 et 3 la même valeur de  $T_0$  (valeurs identiques de  $L$  et de  $C$ ).

En considérant les graphes (a) et (b), on constate que les oscillations ont même pseudo-période. Toutefois, l'amortissement des oscillations étant plus important pour le graphe (b), il lui correspond la plus grande valeur de  $R + r$ . Ainsi, le graphe (b) correspond à l'expérience 1 et le graphe (a) à l'expérience 3. Le graphe (c) correspond alors à l'expérience 2.

e) On constate la présence d'oscillations pour les trois expériences : le régime est pseudo-périodique dans les trois cas.

f) Lorsque la valeur de la résistance totale  $R + r$  devient très grande, on constate l'absence d'oscillations. Le régime est alors aperiodique.

La valeur de la résistance totale du circuit RLC pour laquelle les oscillations passent d'un régime pseudo-périodique à un régime aperiodique s'appelle la résistance critique du dipôle.

Lorsque  $R + r$  est inférieur à  $R_c$ , le régime est pseudo-périodique.

3. a) L'énergie électrique stockée dans le condensateur s'exprime par :  $E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2$

L'énergie magnétique emmagasinée par la bobine s'exprime par :  $E_m = \frac{1}{2} L \cdot i^2$

L'énergie électromagnétique totale du circuit est :  $E = E_C + E_m$ .

Le condensateur est initialement chargé. A  $t = 0$ , l'énergie électrique  $E_e$  est maximale. Elle correspond à la courbe  $C_3$ .

A  $t = 0$ , l'intensité est nulle, l'énergie magnétique également. Il lui correspond la courbe  $C_2$ .

La courbe  $C_1$  correspond à l'énergie électromagnétique  $E$ , somme des énergies électrique et magnétique.

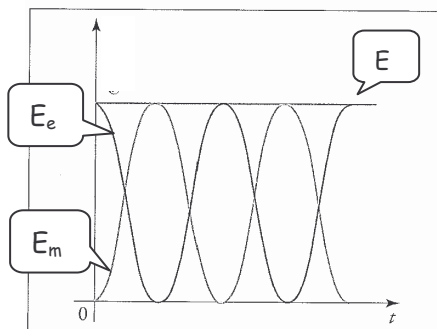
b) Il y a continuellement transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine. Lorsque le condensateur se décharge, il cède au circuit de l'énergie électrique. Une partie est emmagasinée par la bobine sous forme d'énergie magnétique, l'autre partie est dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique. La bobine restitue ensuite l'énergie magnétique emmagasinée : une partie est stockée dans le condensateur sous forme d'énergie électrique, l'autre partie est dissipée par effet Joule dans le conducteur ohmique.

Ainsi, à chaque échange d'énergie entre le condensateur et la bobine, une partie est perdue par dissipation dans le conducteur ohmique. L'énergie électromagnétique totale diminue au cours du temps, jusqu'à s'annuler.

c) Un dispositif d'entretien des oscillations permet de compenser les pertes d'énergie par effet Joule par un apport égal d'énergie. La tension délivrée par ce dispositif doit être proportionnelle à l'intensité du courant débité.

d) Le dispositif d'entretien des oscillations rend le circuit équivalent à un dipôle LC idéal.

Ainsi, l'énergie électromagnétique totale reste constante : tout se passe comme si à chaque instant l'énergie restituée par le condensateur au circuit était intégralement emmagasinée par la bobine, et inversement. Le graphe représentant l'évolution des énergies est le suivant :



e) L'énergie électromagnétique E s'exprime par :  $E = \frac{1}{2}L.i^2 + \frac{1}{2}C.u_c^2$

Or l'énergie E est constante, sa dérivée par rapport au temps est nulle :

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Leftrightarrow Li \frac{di}{dt} + Cu_c \frac{du_c}{dt} = 0 \quad (1)$$

Avec  $i = \frac{dq}{dt}$  et  $q = C.u_c$ , on obtient :  $i = C. \frac{du_c}{dt}$  et  $\frac{di}{dt} = C. \frac{d^2u_c}{dt^2}$

$$(1) \Leftrightarrow LC^2 \frac{du_c}{dt} \frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_c \frac{du_c}{dt} = 0$$

Or :  $C \neq 0$  et  $\frac{du_c}{dt} \neq 0$  ( $u_c$  n'est pas constante), en simplifiant par  $C \frac{du_c}{dt}$ , on obtient finalement :

$$\boxed{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_c = 0}$$